

جلسه اول بررسی توزیع تنش در ورق با سوراخ بیضوی (معادله Inglis)

توزیع تنش را در یک ورق دارای سوراخ بیضوی بررسی کرده و نتایج را با معادله انگلیس (Inglis) که اولین بار در سال ۱۹۱۳ برای یک ورق الاستیک خطی با ابعاد نامحدود ارائه کرد، مقایسه نمایید. همچنین، بررسی کنید چنانچه ترک از خط به دایره تبدیل شود توزیع تنش در اطراف سوراخ چگونه خواهد بود. در ادامه منحنی توزیع تنش را با تغییر دادن طول ترک b از صفر تا a ترسیم کرده و در خصوص نتایج بحث و بررسی کنید.

داده‌ها:

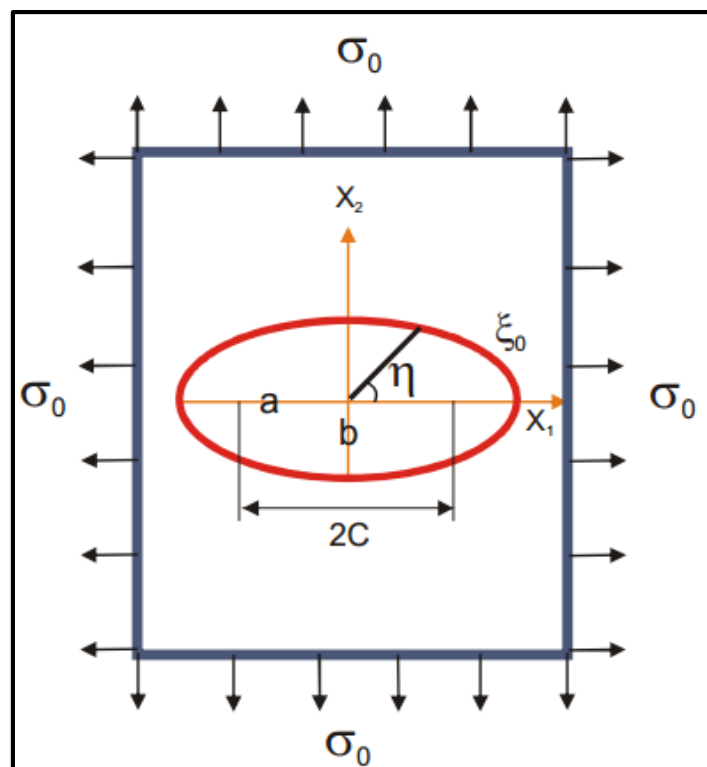
طول ترک a : ۱۰ میلیمتر

طول ترک b : بین صفر تا a

ابعاد ورق مربعی: ۱۰۰ میلیمتر

مدول یانگ: ۲۰۰۰۰۰ مگاپاسکال

ضریب پواسون: ۰/۳



شکل ۱: نمایش هندسه ورق با سوراخ بیضوی

Teacher: Ehsan Fathi, PHD Student in Mechanical Engineering at University of Birjand

Email: ehsanfathi_eh@yahoo.com

Websites: FathiTrainingGroup.com

Tel: 09386249330

« حل تئوری »

با توجه به تئوری الاستیسیته توزیع تنش در اطراف ترک یک ورق با سوراخ بیضوی تحت بار یکنواخت σ_0 به صورت زیر می باشد:

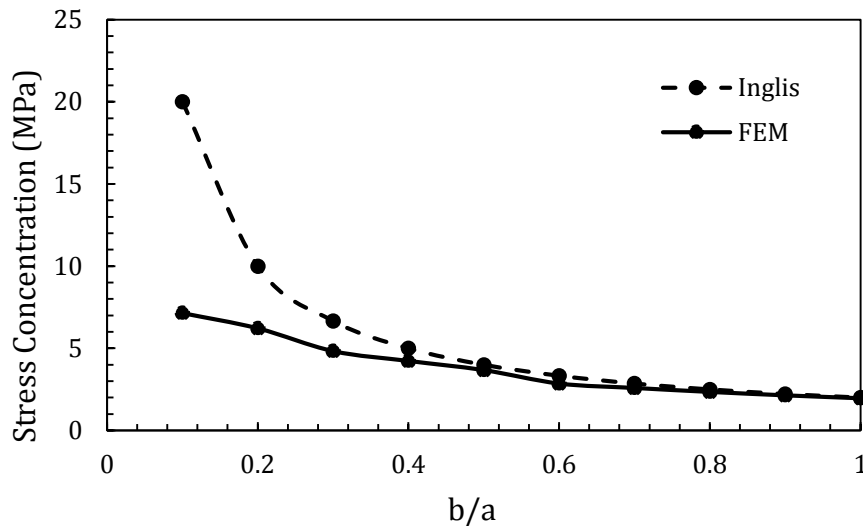
$$\sigma_{max} = 2\sigma_0 \frac{a}{b}$$

این رابطه تاثیر هندسه ترک بر مقدار تنش را نشان می دهد. به صورتیکه اگر ترک از خط به دایره تبدیل شود مقدار تنش از بی نهایت به $2\sigma_0$ تغییر پیدا می کند. برای حل این مسئله می بایست جدولی مطابق با جدول زیر طراحی کرد و در آن با تغییر دادن پارامترهای a و b مقدار تنش را در اطراف ترک محاسبه کرد.

a (mm)	b (mm)	b/a	σ_0 (MPa)	Inglis (MPa)	FEM (MPa)
10	1	0.1	1	20	7.15
10	2	0.2	1	10	6.22
10	3	0.3	1	6.66	4.83
10	4	0.4	1	5	4.23
10	5	0.5	1	4	3.67
10	6	0.6	1	3.33	2.85
10	7	0.7	1	2.85	2.58
10	8	0.8	1	2.5	2.34
10	9	0.9	1	2.22	2.13
10	10	1	1	2	1.95

در جدول فوق با نزدیک شدن ترک از حالت خطی به دایروی مقدار تنش بدست آمده از نرم افزار با مقدار تئوری همخوانی بیشتری دارد. بنابراین، همان طور که در ابتدا اشاره شد می توان نتیجه گرفت که معادله انگلیس برای ترک های بیضوی یا دایروی و مواد الاستیک خطی قابل استفاده است. در حالتیکه ترک از حالت بیضوی به خط تبدیل شود مقدار تنش به شدت افزایش پیدا می کند که برای محاسبه آن می بایست از روابط دیگری همچون وسترگارد استفاده کرد.

برای مقایسه بهتر جواب‌های بدست آمده از حل اجزاء محدود با مقدار تئوری زیر برای نسبت‌های مختلف a/b ترسیم شده است.



شکل ۲: نمایش منحنی تغییرات تنش با ابعاد سوراخ بیضوی

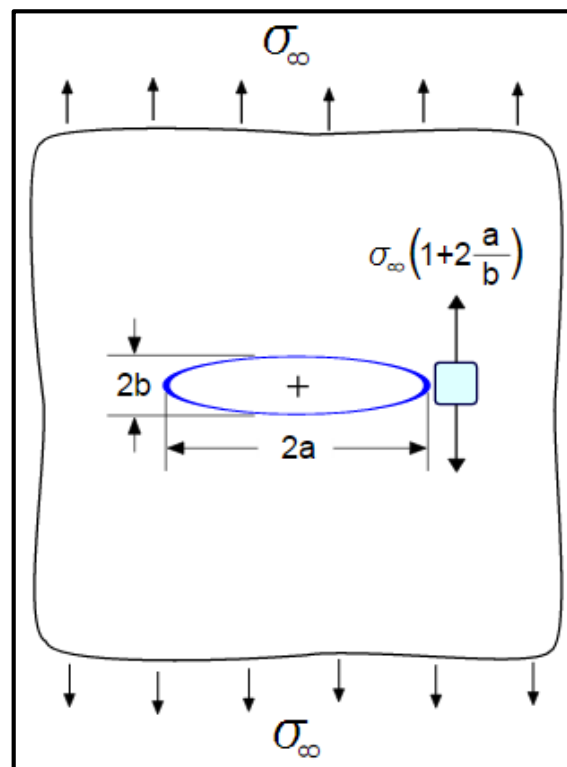
همان طور که از منحنی فوق پیداست برای نسبت‌های ابعادی بزرگتر از 0.5 مقدار تئوری با مقدار نرم افزاری تطابق بیشتری دارد.

در حالت دیگر می‌خواهیم اثر اندازه حفره را در مقدار تنش بررسی کنیم. برای این منظور جدول زیر را طراحی می‌کنیم و در آن شعاع دایره را افزایش می‌دهیم. ملاحظه می‌شود مقدار المان محدود با حل انگلیس تفاوت چندانی ندارد. این تفاوت کوچک را هم می‌توان به نزدیک بودن تنش σ_0 به محل حفره و اثرات ابعاد مش نسبت داد.

a (mm)	b (mm)	b/a	σ_0 (MPa)	Inglis (MPa)	FEM (MPa)
10	10	1	1	2	1.95
11	11	1	1	2	1.97
12	12	1	1	2	1.99
13	13	1	1	2	2.02
14	14	1	1	2	2.04
15	15	1	1	2	2.06

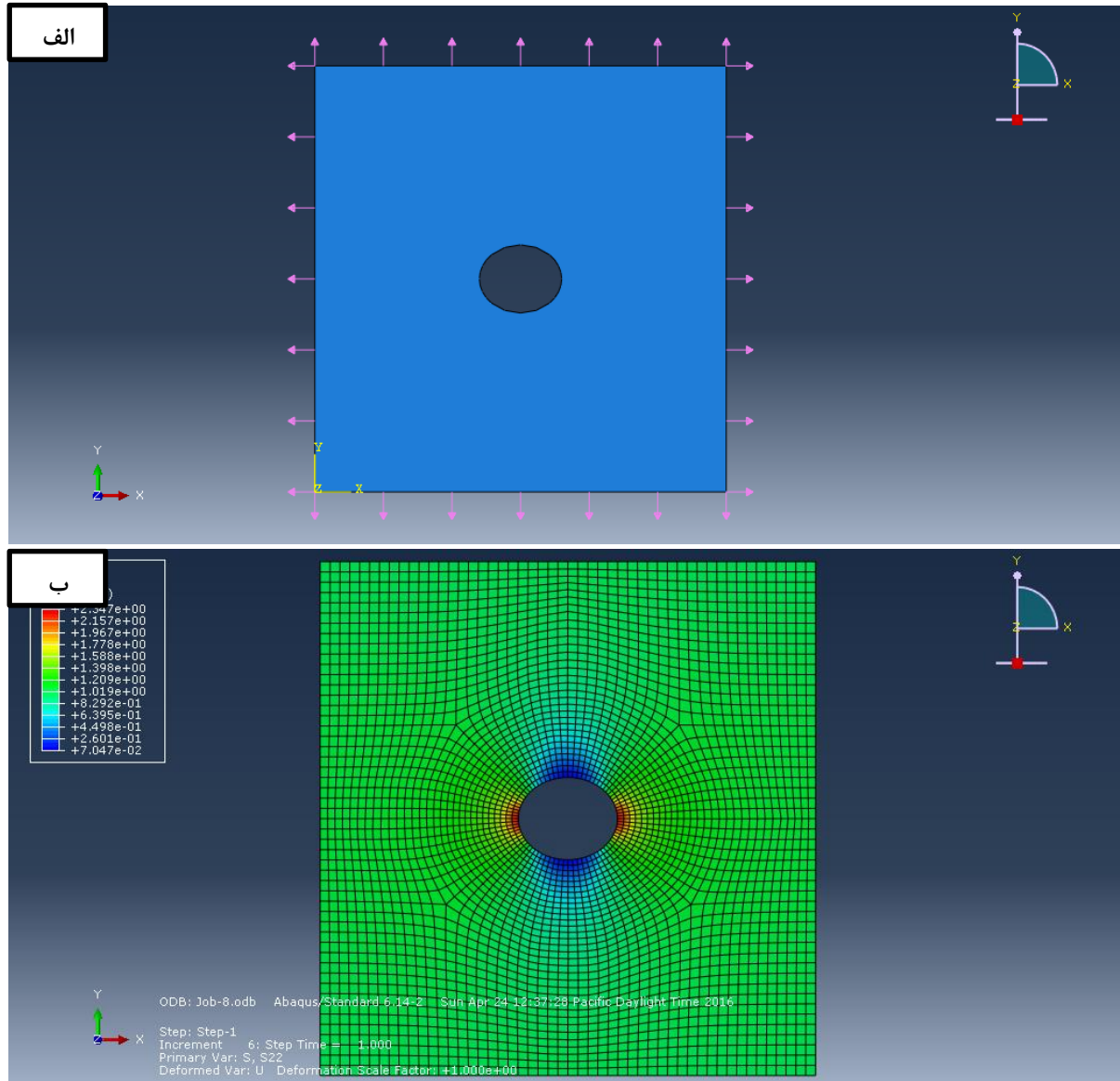
تذکر: رابطه تنش ماکزیمم برای حالتیکه ورق تحت تنش محوری در یک راستا قرار می گیرد به صورت زیر می باشد:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\infty} \left(1 + 2 \frac{a}{b} \right)$$



شکل ۳: رابطه وسترگارد برای ورق تحت بار کششی یک محوره

« حل اجزاء محدود »



شکل ۴: نمایش تصاویری از روند مدل سازی، الف) بارگذاری، ب) کانتور تنش