

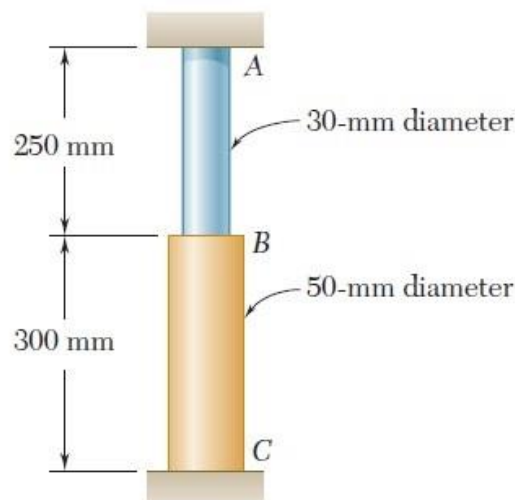
جلسه سیزدهم

افزایش طول میله در اثر تغییرات دما

در شکل زیر جنس میله AB از فولاد ($E_{st} = 200 \text{ GPa}$, $\alpha_{st} = 11.7 \times 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$) و جنس میله BC از برنج ($E_b = 105 \text{ GPa}$, $\alpha_b = 20.9 \times 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$) است.

الف) با دانستن اینکه میله در ابتدا بدون تنش است مقدار نیروهای تکیه‌گاهی، تنش در عضوهای AB و BC و تغییر مکان گره B را وقتی که دمای هر دو میله به 50°C درجه می‌رسد، بدست آورید. ضریب رسانش حرارتی (Conductivity) فولاد و برنج را به ترتیب $43 \frac{\text{W}}{\text{mm}\cdot^\circ\text{C}}$ و $109 \frac{\text{W}}{\text{mm}\cdot^\circ\text{C}}$ در نظر بگیرید.

ب) دمای میله AB را به گونه‌ای تغییر دهید که تغییر مکان گره B صفر شود. در ادامه آنالیز حساسیت به مش (Mesh Sensitivity Analysis) را برای بررسی صحت نتایج انجام دهید.



« حل تئوری »

الف) این مسئله از نوع نامعین استاتیکی می باشد. به این معنی که به تنهایی از روابط استاتیکی نمی توان نیروهای تکیه گاهی را بدست آورد و نیاز به یک رابطه دیگر می باشد. این رابطه همان تغییر مکان است. چون دو طرف میله بسته است بنابراین، تغییر شکل کل میله برابر صفر است. با ترکیب این دو رابطه می توان نیروهای تکیه گاهی را بدست آورد.

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_A - R_C = 0 \quad (1)$$

$$\delta_{AC} = \delta_{AB} + \delta_{BC} = 0 \quad (2)$$

$$\alpha_{st} L_{st} \Delta T - \frac{R_C \times L_{st}}{A_{st} \times E_{st}} + \alpha_b L_b \Delta T - \frac{R_C \times L_b}{A_b \times E_b} = 0$$

$$11.7 \times 10^{-6} \times 250 \times 50 - \frac{250 \times R_C}{\frac{\pi}{4} (30)^2 \times 200000} + 20.9 \times 10^{-6} \times 300 \times 50 - \frac{300 \times R_C}{\frac{\pi}{4} (50)^2 \times 105000} = 0$$

$$0.1463 - 1.768 \times 10^{-6} R_C + 0.3135 - 1.455 \times 10^{-6} R_C = 0$$

$$1. R_A = R_C = 142.6 \text{ kN}$$

$$2. \sigma_{AB} = \frac{P}{A_{AB}} = \frac{-142600}{\frac{\pi}{4} (30)^2} = -201.7 \text{ MPa} , \quad \sigma_{BC} = \frac{P}{A_{BC}} = \frac{-142600}{\frac{\pi}{4} (50)^2} = -72.6 \text{ MPa}$$

$$3. \delta_{AB} = -\delta_{BC} = \alpha_{st} L_{st} \Delta T - \frac{R_C \times L_{st}}{A_{st} \times E_{st}} = 11.7 \times 10^{-6} \times 250 \times 50 - \frac{250 \times 142600}{\frac{\pi}{4} (30)^2 \times 200000} = -0.105 \text{ mm}$$

ب) چنانچه تغییر مکان گره B صفر فرض شود می بایست تغییر طول میله AB و BC صفر باشد. بنابراین، از صفر بودن تغییر مکان میله BC استفاده کرده و نیروی عکس العمل را بدست می آوریم. سپس با قرار دادن این نیرو در تغییر مکان میله AB مقدار دمای این میله را بدست می آوریم:

$$\delta_{BC} = \alpha_b L_b \Delta T_{BC} - \frac{R_C \times L_b}{A_b \times E_b} = 0$$

$$20.9 \times 10^{-6} \times 300 \times 50 - \frac{300 \times R_C}{\frac{\pi}{4} (50)^2 \times 105000} = 0 \rightarrow R_C = 215.444 \text{ kN}$$

$$\delta_{AB} = \alpha_{st} L_{st} \Delta T_{AB} - \frac{R_C \times L_{st}}{A_{st} \times E_{st}} = 0 \rightarrow 11.7 \times 10^{-6} \times 250 \times \Delta T_{AB} - \frac{250 \times 215444}{\frac{\pi}{4} (30)^2 \times 200000} = 0$$

$$\Delta T_{AB} = 130.25 \text{ } ^\circ\text{C}$$

.....
Teacher: Ehsan Fathi, PHD Student in Mechanical Engineering at University of Birjand

Email: ehsanfathi_eh@yahoo.com

Website: FathiTrainingGroup.com

Tel: 09386249330

در نمودار زیر آنالیز حساسیت به مش صورت گرفته است. همان طور که مشاهده می شود با افزایش تعداد المان ها از ۱۰ به ۵۰ مقدار تغییر مکان گره B به صفر و نیروی عکس العمل به مقدار بدست آمده از تئوری (215.444 kN) رسیده است.

Mesh Sensitivity Analysis

