

تغییر شکل پلاستیک اعضاء

جلسه چهاردهم

میله فولادی ABC دارای دو تکیه گاه در دو طرف خود می باشد و تحت دمای ۲۵ درجه سانتی گراد قرار می گیرد. فرض می شود فولاد دارای خواص الاستوپلاستیک با مدول یانگ ۲۰۰ گیگاپاسکال و تنش تسلیم ۲۵۰ مگاپاسکال می باشد. دمای فولاد تا ۱۵۰ درجه افزایش پیدا می کند. با دانستن اینکه ضریب انبساط حرارتی و ضریب رسانش حرارتی فولاد به ترتیب $11.7 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ و $43 \frac{\text{W}}{\text{mm} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ است، موارد زیر را بدست آورید:

الف) نیروهای تکیه گاهی

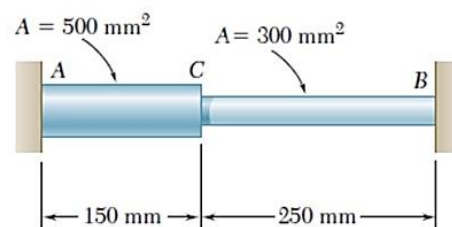
ب) تنش در هر میله

ج) تغییر شکل دائمی

د) تغییر مکان گره ای در نقطه C

ه) منحنی نیرو - تغییر مکان

و) با استفاده از انتگرال گیری عددی از منحنی نیرو - تغییر مکان منحنی انرژی - تغییر مکان را رسم نمایید.



« حل تئوری »

الف) در این مسئله با توجه به تنش تسلیم ارائه شده ابتدا حداکثر نیروی مجازی که دو میله AC و CB می توانند تحمل کنند تا وارد ناحیه پلاستیک شوند، محاسبه می شود.

$$P_{AC} = \sigma_y \times A_{AC} = 250 \times 500 = 125000 \text{ N}, \quad P_{CB} = \sigma_y \times A_{CB} = 250 \times 300 = 75000 \text{ N}$$

حال با توجه به روابط ۱ و ۲ مقدار نیرویی که به میله‌ها در حالت الاستیک وارد می شود قابل محاسبه است. اگر این نیرو کمتر از دو مقدار بالا باشد همان نیروی تکیه‌گاهی خواهد بود و دو میله در ناحیه الاستیک باقی مانده‌اند. چنانچه بیشتر از این دو مقدار باشد هر دو میله وارد ناحیه پلاستیک شده و مقدار نیروی تکیه‌گاهی برابر ۷۵۰۰۰ نیوتن خواهد بود.

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_A - R_B = 0 \quad (1)$$

$$\delta_{AB} = \delta_{AC} + \delta_{CB} = 0 \quad (2)$$

$$\alpha_{AC} L_{AC} \Delta T - \frac{R_B \times L_{AC}}{A_{AC} \times E_{AC}} + \alpha_{CB} L_{CB} \Delta T - \frac{R_B \times L_{CB}}{A_{CB} \times E_{CB}} = 0 \quad (3)$$

$$11.7 \times 10^{-6} \times 150 \times 125 - \frac{150 \times R_B}{500 \times 200000} + 11.7 \times 10^{-6} \times 250 \times 125 - \frac{250 \times R_B}{300 \times 200000} = 0$$

$$0.585 \times 10^{-6} - 1.50 \times 10^{-6} R_B - 4.16 \times 10^{-6} R_B = 0$$

$$R_A = R_B = 103356 \text{ N}$$

با توجه به اینکه مقدار نیروهای تکیه‌گاهی بین ۷۵۰۰۰ تا ۱۲۵۰۰۰ بدست آمد نتیجه می شود که میله CB وارد ناحیه پلاستیک شده و میله AC فقط دارای تغییر شکل الاستیک می باشد. همچنین، نیروی عکس العمل از ۷۵۰۰۰ تجاوز نخواهد کرد. چرا که به محض افزایش نیروی عکس العمل، میله CB تغییر شکل پلاستیک داده و مقاومتی در برابر افزایش بار از خود نشان نمی دهد.

ب) محاسبه تنش در هر میله:

$$\sigma_{AC} = \frac{P}{A_{AC}} = \frac{75000}{500} = 150 \text{ MPa}, \quad \sigma_{BC} = \frac{P}{A_{BC}} = \frac{75000}{300} = 250 \text{ MPa}$$

ج) تغییر شکل دائمی میله CB:

با توجه به اینکه مقدار نیرو بین ۷۵۰۰۰ تا ۱۲۵۰۰۰ نیوتن بدست آمده است، تغییر شکل دائمی فقط در میله CB وجود خواهد داشت. بنابراین، پارامتر دیگری به معادله ۳ از صفحه قبل اضافه خواهد شد که همان تغییر شکل دائمی میله CB است. در این معادله مقدار نیرو دیگر ۱۰۳۳۵۶ نخواهد بود و می‌بایست مقدار نیروی ۷۵۰۰۰ نیوتن وارد شود.

$$\alpha_{AC}L_{AC}\Delta T - \frac{R_B \times L_{AC}}{A_{AC} \times E_{AC}} + \alpha_{CB}L_{CB}\Delta T - \frac{R_B \times L_{CB}}{A_{CB} \times E_{CB}} + \delta_{CB}^P = 0 \quad (3)$$

$$11.7 \times 10^{-6} \times 150 \times 125 - \frac{150 \times 75000}{500 \times 200000} + 11.7 \times 10^{-6} \times 250 \times 125 - \frac{250 \times 75000}{300 \times 200000} + \delta_{CB}^P = 0$$

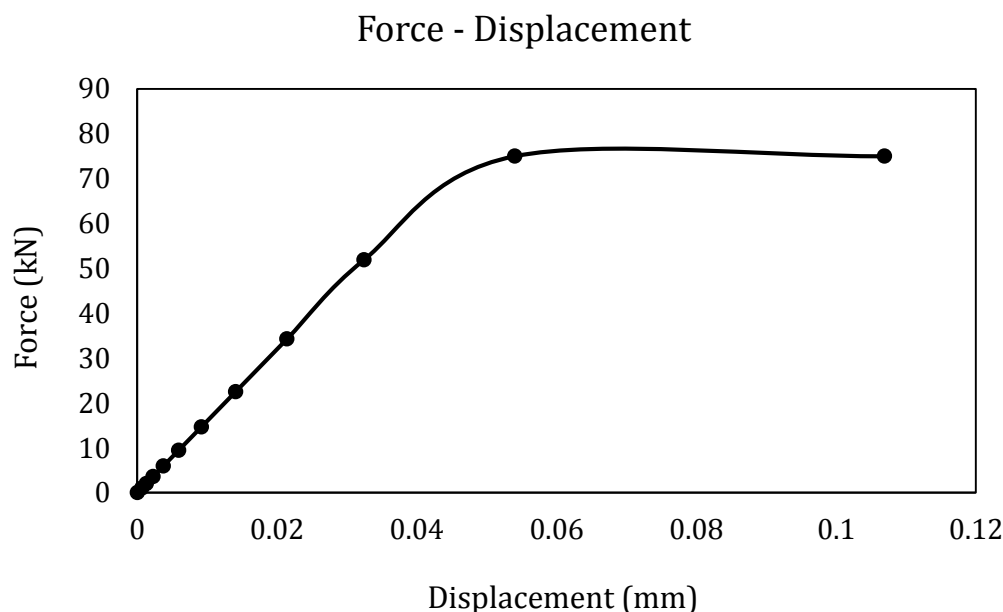
$$\delta_{CB}^P = -0.16 \text{ mm}$$

د) تغییر مکان گره‌ای در C:

برای تغییر مکان گره C می‌توان همان تغییر شکل میله AC را که در ناحیه الاستیک قرار دارد، بدست آورد:

$$\delta_{AC} = \alpha_{AC}L_{AC}\Delta T - \frac{R_B \times L_{AC}}{A_{AC} \times E_{AC}} = 11.7 \times 10^{-6} \times 150 \times 125 - \frac{150 \times 75000}{500 \times 200000} = -0.105 \text{ mm}$$

ه) منحنی نیرو - تغییر مکان



(و) منحنی انرژی - تغییر مکان

