

تحلیل تماس دو میله در اثر افزایش دما

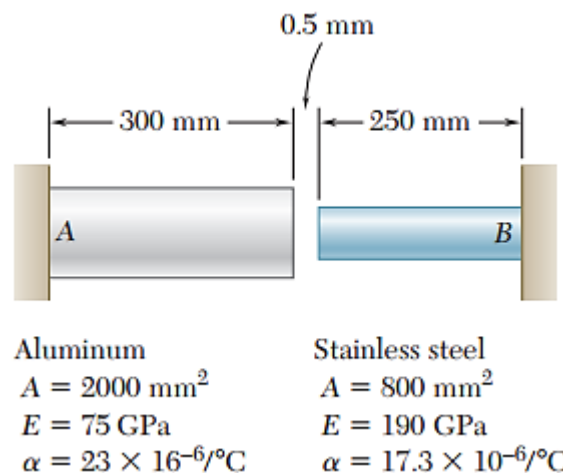
در دمای اتاق (۲۰ درجه سانتی‌گراد)، یک فاصله ۰/۵ میلیمتری بین دو انتهای میله‌های نشان داده شده در شکل زیر وجود دارد. پس از گذشت زمان، هنگامی که دما به ۱۴۰ درجه سانتی‌گراد می‌رسد، موارد زیر را محاسبه کنید. در انتها مسئله را به صورت سه‌بعدی با نرم‌افزار آباکوس مدل کرده و نتایج حاصل از حل تئوری را با حل نرم‌افزاری مقایسه نمایید.

الف) نیروهای عکس‌العمل (Reaction Force)

ب) تنش در دو میله (Stress)

ج) تغییر مکان در انتهای هر میله (Displacement)

د) منحنی فشار تماسی (Contact Pressure) را با استفاده از نرم‌افزار آباکوس در راستای شعاع هر میله بدست آورید.



« حل تئوری »

(الف) محاسبه نیروهای عکس العمل:

ابتدا لازم است تغییر مکان دو میله در اثر حرارت بررسی شده و با مقدار 0.5 میلیمتر مقایسه شود. اگر این تغییر مکان بیشتر از فاصله دو میله (0.5 میلیمتر) باشد، دو میله با یکدیگر تماس داشته و به هم نیرو وارد می کنند. در غیر این صورت فقط تغییر شکل در اثر حرارت بوده و نیروی عکس العملی نخواهیم داشت.

$$\delta_{Al} + \delta_{St} = \alpha_{Al} L_{Al} \Delta T + \alpha_{St} L_{St} \Delta T = 0.825 + 0.519 = 1.347 \text{ mm}$$

از معادله فوق نتیجه می شود تغییر مکان میله ها در اثر حرارت بیشتر از 0.5 میلیمتر بوده است. بنابراین، دو میله به یکدیگر برخورد کرده و به یکدیگر نیرو اعمال می کنند. این نیرو از روابط زیر محاسبه می شود:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_A - R_B = 0 \quad (1)$$

$$\delta_{Al} + \delta_{St} = 0.5 \quad (2)$$

$$\alpha_{Al} L_{Al} \Delta T - \frac{R_A \times L_{Al}}{A_{Al} \times E_{Al}} + \alpha_{St} L_{St} \Delta T - \frac{R_B \times L_{St}}{A_{St} \times E_{St}} = 0.5 \quad (3)$$

$$23 \times 10^{-6} \times 300 \times 120 - \frac{300 \times R_A}{2000 \times 75000} + 17.3 \times 10^{-6} \times 250 \times 120 - \frac{250 \times R_A}{800 \times 190000} = 0$$

$$0.828 - 2 \times 10^{-6} R_A + 0.519 - 1.64 \times 10^{-6} R_A = 0.5$$

$$R_A = R_B = 232692 \text{ N}$$

(ب) تنش در هر میله:

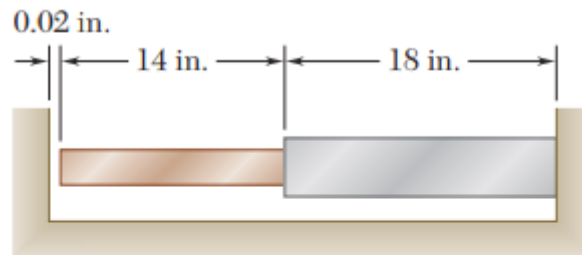
$$\sigma_{Al} = \frac{P}{A_{Al}} = \frac{232692}{2000} = 116.34 \text{ MPa} , \quad \sigma_{St} = \frac{P}{A_{St}} = \frac{232692}{800} = 290.86 \text{ MPa}$$

(ج) تغییر مکان انتهای هر میله:

$$\delta_{Al} = \alpha_{Al} L_{Al} \Delta T - \frac{R_A \times L_{Al}}{A_{Al} \times E_{Al}} = 23 \times 10^{-6} \times 300 \times 120 - \frac{300 \times 232692}{2000 \times 75000} = 0.363 \text{ mm}$$

$$\delta_{St} = \alpha_{St} L_{St} \Delta T - \frac{R_B \times L_{St}}{A_{St} \times E_{St}} = 17.3 \times 10^{-6} \times 250 \times 120 - \frac{250 \times 232692}{800 \times 190000} = 0.138 \text{ mm}$$

تمرین: در شکل زیر دما در دو میله را به گونه‌ای افزایش دهید که میله برنزی در آستانه تماس با دیوار قرار گیرد. سپس دما را دو برابر کرده و تنش در هر میله و نیروهای عکس العمل را بدست آورید. دیوار سمت چپ را صلب در نظر گرفته و سطح مقطع دو میله را مستطیلی در نظر بگیرید. مسئله را به صورت سه بعدی با المان های سالیید مدل کنید.



Bronze	Aluminum
$A = 2.4 \text{ in}^2$	$A = 2.8 \text{ in}^2$
$E = 15 \times 10^6 \text{ psi}$	$E = 10.6 \times 10^6 \text{ psi}$
$\alpha = 12 \times 10^{-6}/^\circ\text{F}$	$\alpha = 12.9 \times 10^{-6}/^\circ\text{F}$

رابطه بین درجه فارنهایت و درجه سانتی گراد:

$$F = 1.8C + 32$$