

جلسه هجدهم

تحليل تنش در گرافيت / اپوکسی و محاسبه کرنشها

برای گرافیت / اپوکسی نشان داده شده در شکل زیر مطلوب است:

الف) ماتریس نرمی (Compliance Matrix)

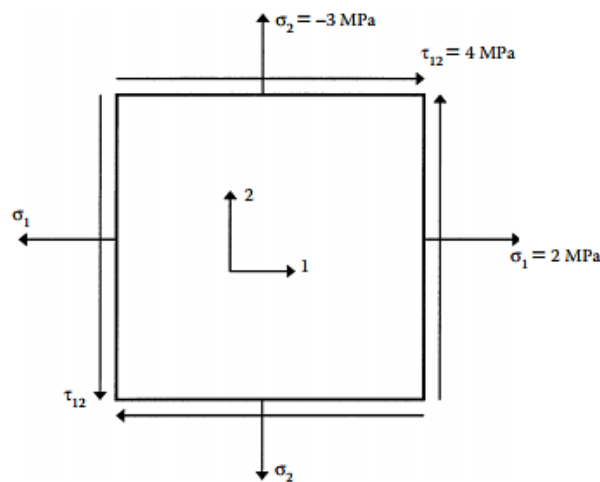
ب) ضریب پواسون کوچک ν_{21} (Minor Poisson's Ratio)

ج) ماتریس سختی کاهش یافته (Reduced Stiffness Matrix)

د) مقدار کرنشها در سیستم مختصات ۱-۲

ه) محاسبه تنش میزز و ترسکا

در ادامه مسئله را با نرم افزار اجزاء محدود آباکوس مدل کرده و نتایج را با مقدار تئوری مقایسه نمایید. ابعاد ورق را ۱۰۰ میلیمتر و شرایط را تنش صفحه‌ای در نظر بگیرید.



جدول ۱: خواص مکانیکی لمینیت یک جهته در سیستم SI

| Property | Symbol | Units | Glass/ epoxy | Boron/ epoxy | Graphite/ epoxy |
|--|----------------------|---|-----------------|-----------------|--------------------|
| Fiber volume fraction | V_f | | 0.45 | 0.50 | 0.70 |
| Longitudinal elastic modulus | E_1 | GPa | 38.6 | 204 | 181 |
| Transverse elastic modulus | E_2 | GPa | 8.27 | 18.50 | 10.30 |
| Major Poisson's ratio | ν_{12} | | 0.26 | 0.23 | 0.28 |
| Shear modulus | G_{12} | GPa | 4.14 | 5.59 | 7.17 |
| Ultimate longitudinal tensile strength | $(\sigma_1^T)_{ult}$ | MPa | 1062 | 1260 | 1500 |
| Ultimate longitudinal compressive strength | $(\sigma_1^C)_{ult}$ | MPa | 610 | 2500 | 1500 |
| Ultimate transverse tensile strength | $(\sigma_2^T)_{ult}$ | MPa | 31 | 61 | 40 |
| Ultimate transverse compressive strength | $(\sigma_2^C)_{ult}$ | MPa | 118 | 202 | 246 |
| Ultimate in-plane shear strength | $(\tau_{12})_{ult}$ | MPa | 72 | 67 | 68 |
| Longitudinal coefficient of thermal expansion | α_1 | $\mu\text{m}/\text{m}/^\circ\text{C}$ | 8.6 | 6.1 | 0.02 |
| Transverse coefficient of thermal expansion | α_2 | $\mu\text{m}/\text{m}/^\circ\text{C}$ | 22.1 | 30.3 | 22.5 |
| Longitudinal coefficient of moisture expansion | β_1 | $\text{m}/\text{m}/\text{kg}/\text{kg}$ | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| Transverse coefficient of moisture expansion | β_2 | $\text{m}/\text{m}/\text{kg}/\text{kg}$ | 0.60 | 0.60 | 0.60 |

قانون هوک برای حالت تنش صفحه‌ای:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{12}/E_1 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}$$

.....
Teacher: Ehsan Fathi, PHD Student in Mechanical Engineering at University of Birjand

Email: ehsanfathi_eh@yahoo.com

Website: FathiTrainingGroup.com

Tel: 09386249330

« حل تئوری »

الف) محاسبه ماتریس نرمی:

با استفاده از جدول ارائه شده با در اختیار داشتن مقادیر E_1, E_2, ν_{12} و G_{12} می توان ضرایب ماتریس نرمی را بدست آورد. این مقادیر به صورت زیر می باشند:

$$E_1 = 181 \text{ GPa}, E_2 = 10.3 \text{ GPa}, \nu_{12} = 0.28, G_{12} = 7.17 \text{ GPa}.$$

با قرار دادن مقادیر فوق در رابطه هوک برای مواد تنش صفحه ای، ضرایب ماتریس نرمی به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$S_{11} = \frac{1}{181 \times 10^9} = 0.5525 \times 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}, \quad S_{12} = -\frac{0.28}{181 \times 10^9} = -0.1547 \times 10^{-11} \text{ Pa}^{-1},$$

$$S_{22} = \frac{1}{10.3 \times 10^9} = 0.9709 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}, \quad S_{66} = \frac{1}{7.17 \times 10^9} = 0.1395 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}.$$

ب) محاسبه ضریب پواسون کوچک:

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \quad \Rightarrow \quad \nu_{21} = \frac{0.28}{181 \times 10^9} \times (10.3 \times 10^9) = 0.01593.$$

ج) محاسبه ماتریس سختی:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{21}\nu_{12}}, \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{21}\nu_{12}}, \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{21}\nu_{12}}, \quad Q_{66} = G_{12}.$$

$$Q_{11} = \frac{181 \times 10^9}{1 - (0.28)(0.01593)} = 181.8 \times 10^9 \text{ Pa}, \quad Q_{12} = \frac{(0.28)(10.3 \times 10^9)}{1 - (0.28)(0.01593)} = 2.897 \times 10^9 \text{ Pa},$$

$$Q_{22} = \frac{10.3 \times 10^9}{1 - (0.28)(0.01593)} = 10.35 \times 10^9 \text{ Pa}, \quad Q_{66} = 7.17 \times 10^9 \text{ Pa}.$$

روش دیگر برای بدست آوردن ماتریس سختی گرفتن معکوس از ماتریس نرمی می باشد:

$$[Q] = [S]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.5525 \times 10^{-11} & -0.1547 \times 10^{-11} & 0 \\ -0.1547 \times 10^{-11} & 0.9709 \times 10^{-10} & 0 \\ 0 & 0 & 0.1395 \times 10^{-9} \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 181.8 \times 10^9 & 2.897 \times 10^9 & 0 \\ 2.897 \times 10^9 & 10.35 \times 10^9 & 0 \\ 0 & 0 & 7.17 \times 10^9 \end{bmatrix} Pa$$

(د) محاسبه کرنش‌ها:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5525 \times 10^{-11} & -0.1547 \times 10^{-11} & 0 \\ -0.1547 \times 10^{-11} & 0.9709 \times 10^{-10} & 0 \\ 0 & 0 & 0.1395 \times 10^{-9} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \times 10^6 \\ -3 \times 10^6 \\ 4 \times 10^6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15.69 \\ -294.4 \\ 557.9 \end{bmatrix} (10^{-6}).$$

(ه) محاسبه تنش میزز و ترسکا:

$$\sigma_{Mises} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 + 3\sigma_{12}^2} = 8.185 MPa$$

$$\sigma_{Tresca} = |\sigma_{max} - \sigma_{min}| = 4.217 - (-5.217) = 9.414 MPa$$