

تحلیل تیر با بارگذاری متغیر

جلسه بیست و چهارم

در شکل زیر:

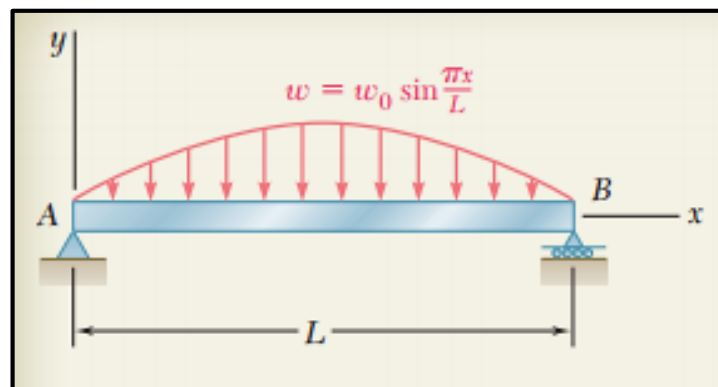
۱- مقدار نیروی برشی و ممان خمشی را در طول تیر محاسبه کنید.

۲- مقدار خیز تیر را محاسبه کنید.

در ادامه مسئله را با نرم افزار آباکوس مدل کرده، نتایج را با حل تئوری مقایسه نمایید و منحنی نیرو و گشتاور خمشی را در طول مقطع ترسیم نمایید. (سطح مقطع به صورت مربعی به اضلاع ۰,۱ در نظر گرفته شود).

$$L = 1 \text{ m}, w_0 = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}}, E = 200 \times 10^9 \text{ Pa}$$

۳- پس از حل کامل مسئله مجدداً بارگذاری را تغییر داده به گونه ای که در لحظه اول بار سینوسی، در لحظه دوم بار خطی و در لحظه سوم بار نمایی داشته باشیم.



« حل تئوری »

۱- محاسبه نیروی برشی V و گشتاور خمشی M :

$$\frac{dv}{dx} = -w = -w_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \rightarrow v = \frac{w_0 L}{\pi} \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) + C_1 = \frac{dM}{dx}$$

$$\frac{dM}{dx} = \frac{w_0 L}{\pi} \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) + C_1 \rightarrow M = \frac{w_0 L^2}{\pi^2} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) + C_1 x + C_2$$

Boundary Conditions:

$$M = 0 \text{ at } x = 0 \rightarrow C_2 = 0$$

$$M = 0 \text{ at } x = L \rightarrow C_1 = 0$$

$$v = \frac{w_0 L}{\pi} \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad M = \frac{w_0 L^2}{\pi^2} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$

$$\frac{dM}{dx} = V = 0 \text{ at } x = \frac{L}{2}$$

$$M_{max} = \frac{w_0 L^2}{\pi^2} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{w_0 L^2}{\pi^2} = 0.101 \text{ N.m}$$

۲- محاسبه خیز تیر:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M$$

$$EI \frac{dy}{dx} = EI\theta = -w_0 \frac{L^3}{\pi^3} \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) + C_3$$

$$EIy = -w_0 \frac{L^4}{\pi^4} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) + C_3 x + C_4$$

Boundary Conditions:

$$x = 0, y = 0 \rightarrow C_4 = 0$$

$$x = L, y = 0 \rightarrow C_3 = 0$$

$$y = -\frac{w_0 L^4}{EI \pi^4} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad y_{max} = -\frac{w_0 L^4}{EI \pi^4} = -6.31 \times 10^{-9} \text{ m}$$

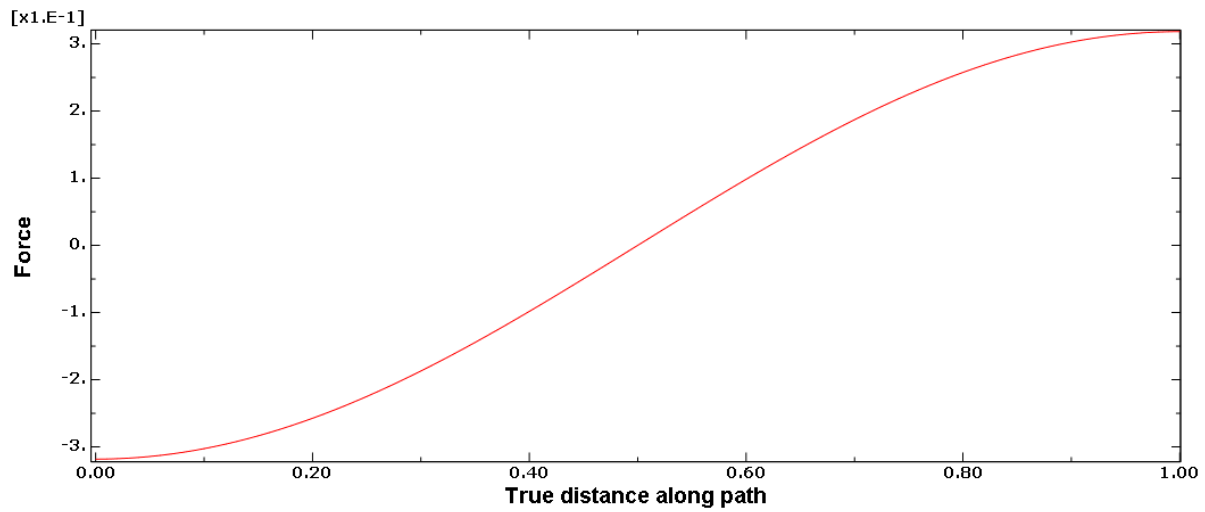
.....
Teacher: Ehsan Fathi, PHD Student in Mechanical Engineering at University of Birjand

Email: ehsanfathi_eh@yahoo.com

Website: FathiTrainingGroup.com

Tel: 09386249330

« منحنی نیرو در کل مقطع تیر »



« منحنی گشتاور خمشی در کل مقطع تیر »

