

جلسه بیست و هفتم تغییر شکل یک میله تحت اثر وزن خودش

مخروط نشان داده شده در شکل زیر تحت وزن خودش قرار گرفته است. مطلوب است محاسبه نیروی تکیه-گاهی و تغییرمکان گره‌ای در انتهای عضو با استفاده از نرم افزار آباکوس. مدل سازی را به دو روش تقارن محوری و سه بعدی انجام داده و نتایج را با روابط تئوری مقایسه نمایید. در ادامه منحنی تغییر مکان را در راستای y ترسیم کرده و با منحنی تئوری مقایسه نمایید.

داده ها:

چگالی ρ : ۷۸۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب

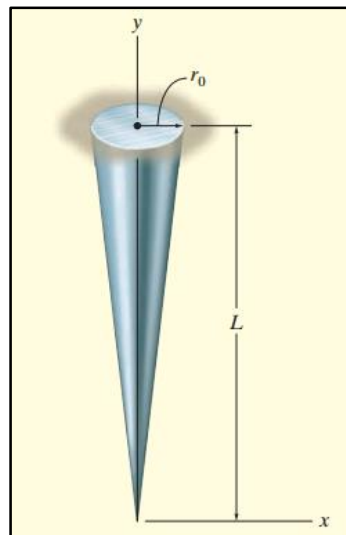
شتاب گرانش g : ۹/۸۱ متر بر مجذور ثانیه

طول L : ۱ متر

شعاع r_0 : ۰/۱ متر

مدول یانگ E : ۲۱۰ گیگا پاسکال

ضریب پواسون ν : ۰/۳



شکل ۱: نمایش هندسی مخروط کامل

« حل تئوری »

ابتدا یک مقطع مطابق شکل ۲ ایجاد کرده و بردارهای نیرو را روی آن مشخص می کنیم. در شکل زیر p نیروی داخلی و W وزن عضو زیر مقطع ایجاد شده می باشد. مقدار W از حاصل ضرب وزن مخصوص در حجم مخروط قابل محاسبه است. با نوشتن برایندها در راستای y مقدار نیروی تکیه گاهی قابل محاسبه است. لازم به ذکر است با توجه به اینکه سطح مقطع مخروط با حرکت در جهت y در حال تغییر است و انتگرال گیری نسبت به y صورت می پذیرد، می بایست مقدار سطح مقطع A بر حسب y نوشته شود.

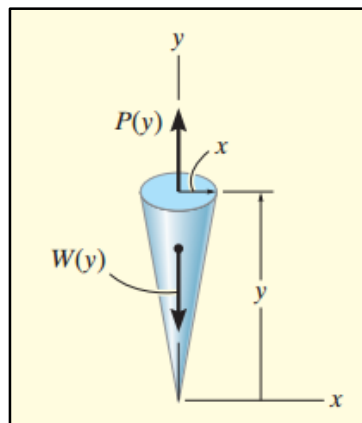
$$\frac{y}{h} = \frac{r}{r_0} \rightarrow r = \frac{r_0 y}{h}$$

$$A(y) = \pi r^2 = \pi \left(\frac{r_0 y}{h} \right)^2$$

$$P(y) = W(y) = \int \rho g A(y) dy = \int \rho g \pi r_0^2 \left(\frac{y}{h} \right)^2 dy = \frac{\rho g \pi r_0^2}{3h^2} y^3 \rightarrow p(1) = 806.43 \text{ N}$$

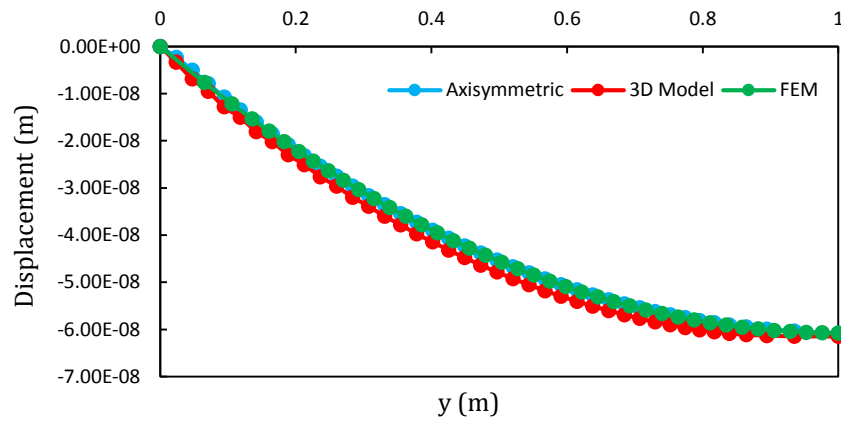
$$\delta(y) = \int \frac{p(y)}{A(y)E} dy = \frac{\rho g}{6E} (h^2 - y^2) \rightarrow \delta(0) = -6.11 \times 10^{-8} \text{ m}$$

$$\varepsilon(y) = \frac{d\delta(y)}{dy} = -\frac{\rho g}{3E} y \rightarrow \varepsilon(1) = -1.22 \times 10^{-7}$$



شکل ۲: نمایش مقطع برش خورده از مخروط

در شکل ۳ منحنی تغییر مکان بر حسب y برای دو حالت تقارن محوری و سه بعدی در نرم افزار آباکوس با یکدیگر مقایسه شده اند.



شکل ۳: منحنی تغییر مکان بر حسب فاصله از تکیه‌گاه