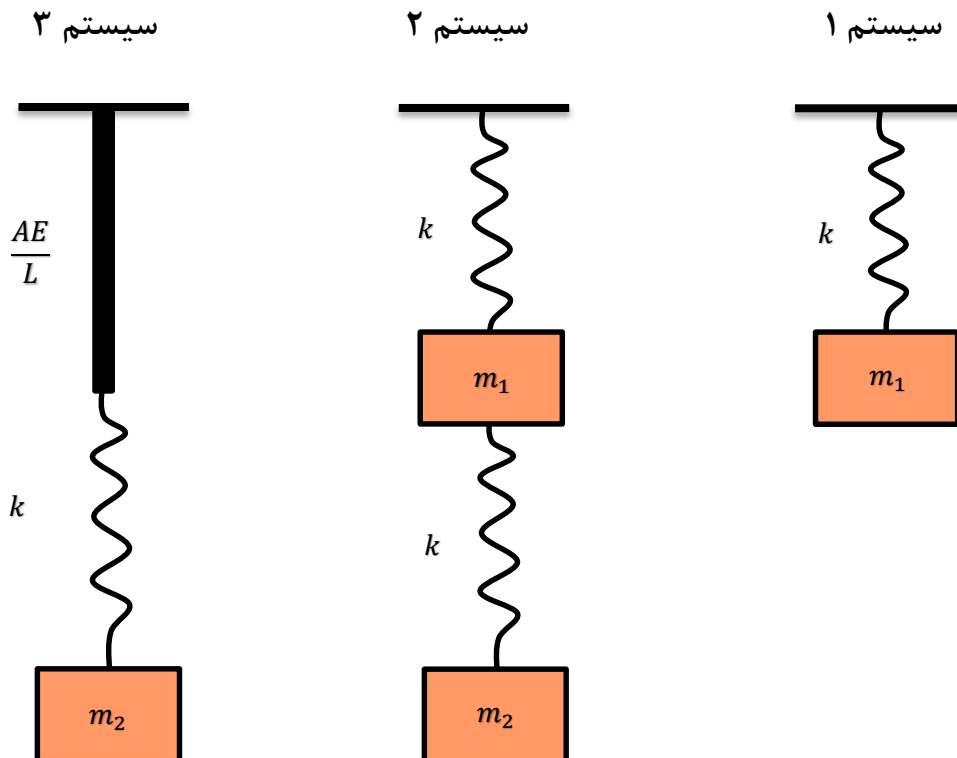


تحلیل جرم و فنر (ارتعاشات طولی)

جلسه ششم

با توجه به مقادیر داده شده، فرکانس‌های طبیعی و مد شیپ‌ها را برای سه سیستم نشان داده شده در زیر بدست آورید. در ادامه سیستم میله و فنر را به گونه‌ای مدل کنید که نتایجی مشابه با سیستم شماره ۲ حاصل شود.

$$m_1 = m_2 = 1 \text{ kg} , \quad k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} , \quad A = 0.1 \text{ m}^2 , \quad L = 1 \text{ m} , \quad E = 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$



« حل تئوری »

حل سیستم یک درجه آزادی:

$$m\ddot{x} + kx = 0 \rightarrow x = A\sin(\omega_n t) \rightarrow -mA\omega_n^2 \sin(\omega_n t) + kA\sin(\omega_n t) = 0$$

$$\rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f_n \rightarrow f_n = 1.59 \text{ Hz}$$

فرکانس طبیعی سیستم دو درجه آزادی:

$$\begin{cases} -kx_1 + k(x_2 - x_1) = m_1 \ddot{x}_1 \rightarrow m_1 \ddot{x}_1 + 2kx_1 - kx_2 = 0 \\ -k(x_2 - x_1) = m_2 \ddot{x}_2 \rightarrow m_2 \ddot{x}_2 - kx_1 + kx_2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$x_i = X_i \cos(\omega t + \varphi); i = 1, 2 \quad (2)$$

با جایگزینی معادله ۲ در ۱ و حل معادله حاصله رابطه فرکانس به صورت زیر بدست خواهد آمد:

$$\begin{vmatrix} (-m\omega^2 + 2k) & -k \\ -k & (-m\omega^2 + k) \end{vmatrix} = 0 \rightarrow m^2\omega^4 - 3k\omega^2 + k^2 = 0 \quad (3)$$

$$\omega_1 = \left\{ \frac{+3km - [9k^2m^2 - 4k^2m^2]^{\frac{1}{2}}}{2m^2} \right\}^{1/2} = \sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \frac{k}{m}} = 6.18 \frac{\text{rad}}{\text{Sec}}$$

$$\omega_2 = \left\{ \frac{+3km + [9k^2m^2 - 4k^2m^2]^{\frac{1}{2}}}{2m^2} \right\}^{1/2} = \sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{2} \frac{k}{m}} = 16.18 \frac{\text{rad}}{\text{Sec}}$$